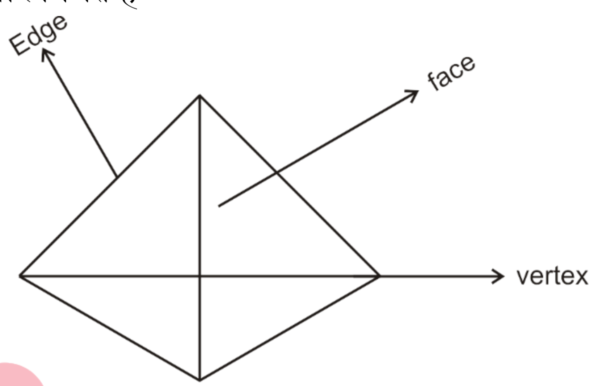
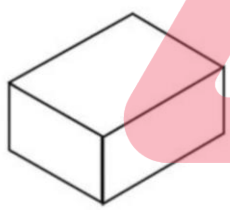
क्षेत्रमिति 3D

3D आकृति: सभी 3 डी आकृतियों को उनके फलक, शीर्ष और किनारों के संदर्भ में वर्णित किया जा सकता है.
फलक: एक समतल या वक्र पृष्ठीय
किनारा: वह रेखा जहाँ 2 फलक मिलते हैं
शीर्ष: एक बिंदु जहाँ 3 या अधिक किनारे मिलते हैं



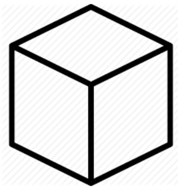
1) **घनाभ**: यह एक ठोस आकृति है जिसमें 6 फलक, 12 किनारे, 8 शीर्ष और 4 विकर्ण हैं
मानें लम्बाई = L, चौड़ाई = b और ऊंचाई = h



आयतन = (l×b×h)
कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल= 2(lb+bh+hl)
विकर्ण = $\sqrt{l^2 \times b^2 \times h^2}$

उदहारण. एक घनाभ की लंबाई, चौड़ाई और ऊंचाई 5: 6: 8 के अनुपात में है और उसका आयतन है 1920 सेमी^{3}. घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल है:
समाधान. lbh = घनाभ का आयतन
5x×6x×8x= 1920
$x^3 = 8$
L= 5×2= 10, B= 6×2 = 12, h = 8×2= 16
कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2(lb+bh+hl)
$= 2[(10 \times 12) + (12 \times 16) + (16 \times 10)]$
$= 2(120 + 192 + 160)$
= 2×472
= 944 सेमी^{2}

2) घन: एक घन में 6 समान फलक, 12 समान किनारे, 8 शीर्ष और 4 समान विकर्ण होते हैं. मानें किनारा = a



आयतन = a^3

कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6a^2$

पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4a^2$

विकर्ण की लम्बाई = $\sqrt{3}\,a$

उदहारण. यदि एक घन का विकर्ण $\sqrt{24}$ सेमी है तो सेमी^{3} में उसका आयतन होगा:

समाधान. घन का विकर्ण = $a\sqrt{3}$

$\sqrt{24} = a\sqrt{3}$

a = $\sqrt{8}$

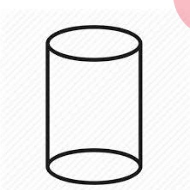
a = $2\sqrt{2}$

घन का आयतन = a^3

= $(2\sqrt{2})^3$

= $16\sqrt{2}$ सेमी^{3}

3) बेलन: एक लम्ब वक्रिय बेलन वह होता है जिसका आधार वक्र होता है और जिसके तत्व उसके आधार के लंबवत होते हैं. मानें त्रिज्या = r



ऊंचाई = h

आयतन = $\pi r^2 h$

कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $(2\pi rh + 2\pi r^2) = 2\pi r(h + r)$

पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh$

उदहारण. बेलन की त्रिज्या है 28 सेमी और उसकी ऊंचाई है 54 सेमी. इसका आयतन होगा:

समाधान. बेलन की त्रिज्या = 28 सेमी

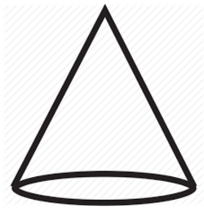
ऊंचाई = 54 सेमी

बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$

= $\frac{22}{7} \times 28 \times 28 \times 54$

= 1,33,056 सेमी^{3}

4) शंकु: एक लम्ब वक्रीय शंकु वह है जिसकी धुरी आधार के तल पर लंबवत होती है. मानें त्रिज्या = r



ऊंचाई = h

तिरछी ऊंचाई = l

आयतन = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

तिरछी ऊंचाई = $l = \sqrt{h^2 + r^2}$

पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल = πrl

कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi r(l + r)$

उदहारण. एक शंकु का **वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल** जिसका आयतन है 4,224 सेमी ^{3} और त्रिज्या है 24 सेमी

समाधान. आयतन = 4,224

4,224 = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

4,224= $\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 24 \times 24 \times h$

h = 7

l = $\sqrt{(24)^2 + (7)^2}$

= $\sqrt{576 + 49}$

= $\sqrt{625}$

= 25

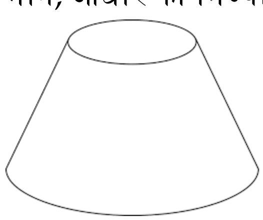
वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = πrl

= $\frac{22}{7} \times 24 \times\ 25$

= 1885.71 (लगभग.)

5) एक शंकु का छिन्नक: जब शंकु को शंकु के आधार के समांतर एक ताल द्वारा काटा जाता है तो तल और आधार के बीच के भाग को शंकु का छिन्नक कहा जाता है.

मानें, आधार की त्रिज्या= R, शीर्ष की त्रिज्या =r और ऊंचाई =h



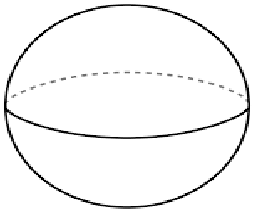
आयतन = $\frac{\pi h}{3}(R^2 + r^2 + Rr)$

तिरछी ऊंचाई = l= $\sqrt{(R - r)^2 + h^2}$

पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi l(R + r)$

कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi[R^2 + r^2 + (R + r)]$

6) **गोलाकार:** एक गोला एक बंद सतह से घिरा एक ठोस है जिसका प्रत्येक बिंदु एक निश्चित बिंदु से समतुल्य है जिसे केंद्र कहा जाता है. मानें त्रिज्या = r



आयतन = $\frac{4}{3}\pi r^3$

पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$

उदहारण. ठोस धातु के गोले की त्रिज्या 8 सेमी है, गोले का आयतन ज्ञात कीजिए.

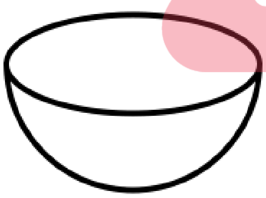
समाधान. गोले की त्रिज्या = 8 सेमी

आयतन = $\frac{4}{3}\pi r^3$

= $\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 8 \times 8 \times 8$

= 2,145.52 सेमी ^{3} (लगभग)

7) अर्धगोलार्ध**:** गोले के केंद्र के माध्यम से एक तल इसे दो समान भागों में काटता है। प्रत्येक भाग को गोलार्ध कहा जाता है। मानें त्रिज्या =r



आयतन = $\frac{2}{3}\pi r^3$

पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r^2$

कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $3\pi r^2$

उदहारण. अर्धगोलार्ध कटोरे की त्रिज्या 27 सेमी है। कटोरे का आयतन ज्ञात कीजिए.

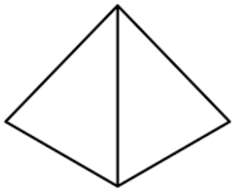
समाधान. अर्धगोलार्ध कटोरे की त्रिज्या = 27 सेमी

आयतन = $\frac{2}{3}\pi r^3$

= $\frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 27 \times 27 \times 27$

= 41,240.57 (लगभग)

8) पिरामिड: एक आधार को एक शीर्ष से जोड़कर एक पिरामिड बनाया जाता है। कई प्रकार के पिरामिड हैं और उनका नाम उनके आधार के आकार के आधार पर रखा गया है.



आयतन = $\frac{1}{3} \times$ आधार का क्षेत्रफल $\times h$

कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = आधार का क्षेत्रफल + प्रत्येक पार्श्व फलक का क्षेत्रफल

उदहारण. पिरामिड का क्षेत्रफल है 89 सेमी ^{2} और ऊंचाई है 9 सेमी तो आयतन होगा (सेमी ^{3}):

समाधान. पिरामिड का आयतन = $\frac{1}{3} \times$ आधार का क्षेत्रफल $\times$ ऊंचाई

= $\frac{1}{3} \times 89 \times 9$

= 267 सेमी^{3}

9) प्रिज्म: प्रिज्म एक ठोस वस्तु है जिसमें समरूप छोर और सपाट फलक होते हैं.

आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊंचाई

कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2(आधार का क्षेत्रफल) + (आधार की परिधि × ऊंचाई)

वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = आधार की परिधि × ऊंचाई